

**TÍTULO: TRATAMIENTO DE LOS TRIÁNGULOS, ELEMENTOS Y PROPIEDADES, MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DEL ASISTENTE GEÓMETRA.**

**TITLE: TREATMENT OF TRIANGLES, ELEMENTS AND PROPERTIES, USING THE GEOMETERS'S SKETCHPAD.**

**AUTORES:**

Nelly Martín Campillo nelly@ucp.vc.rimed.cu

Máster en Ciencias Pedagógicas. Profesora del Departamento de Matemática-Física de la Universidad de Ciencias Pedagógicas "Félix Varela Morales".

Yoandra Cárdenas Rodríguez yoandrac@ucp.vc.rimed.cu

Máster en Ciencias Pedagógicas. Profesora del Departamento de Matemática-Física de la Universidad de Ciencias Pedagógicas "Félix Varela Morales".

Alina Peña Acosta alinap@ucp.vc.rimed.cu

Máster en Ciencias Pedagógicas. Profesora del Departamento de Matemática-Física de la Universidad de Ciencias Pedagógicas "Félix Varela Morales".

**RESUMEN:**

En este trabajo se hace un llamado a la utilización del auxiliar Geómetra que está instalado junto al software de cada nivel, es decir, en secundaria básica en el "Elementos Matemáticos" de la colección "El navegante" y en el preuniversitario en el "Eureka" de la colección "Futuro". En la Universidad de Ciencias Pedagógicas "Félix Varela Morales" este auxiliar se encuentra en cualesquiera de los software disponibles y es portable y de fácil manejo. Este asistente aparece inutilizado debido al desconocimiento, casi general, de las posibilidades que el ofrece. Se brinda una vía para el tratamiento del complejo de materia *Triángulos, elementos, propiedades* mediante la utilización de este asistente que tanto puede contribuir al desarrollo de habilidades en el área de la Geometría, mostrando tareas docentes para el estudio de este contenido matemático y el camino a seguir con el uso del asistente Geómetra.

**ABSTRAC:**

This article make a call about the use of the tool, The Geometers's Sketchpad which is installed ensemble at the software of each level, it means, in high school at the "Elementos Matemáticos" program from "El Navegante" collection and for further education the "Eureka" software from "Futuro" collection. In Pedagogic Science University "Félix Valera Morales" the referred tool can be found in all of the available software also is portable and easy handling. This software is unused because the poor knowledge from the peoples of his possibilities. It brings a way, using this assistant, for the treatment of matter complex: Triangles, Elements and properties, the software employ may also contribute of the abilities development in the field of geometry. The teaching tasks in the investigation show the steps to follow in the execution and use of The Geometers's Sketchpad.

**PALABRAS CLAVES:** geómetra, asistente, tareas docentes y habilidades geométricas.

**KEY WORDS:** geometers Sketchpad, assistant, teaching tasks and geometric abilities.

## **INTRODUCCIÓN**

La historia de la Matemática está estrechamente relacionada con la historia de la humanidad; esto no es casual, la aplicación de esta ciencia ha estado presente desde el surgimiento y desarrollo de las más antiguas civilizaciones que habitan el planeta Tierra hasta los días de hoy.

La aritmética, el álgebra y la geometría utilizadas en épocas remotas respondían esencialmente a la necesidad de solucionar problemas prácticos, luego se le da un carácter más teórico y de conformación de las bases de la ciencia (Ballester et al., 1992).

El complejo de materia relacionado con la Matemática es amplísimo y su aplicación requiere no solo del conocimiento que de ella se tenga sino también del dominio y las habilidades para utilizarla mediante el uso de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC). La escuela cubana, sus directivos, profesores y alumnos inmersos en un proceso de transformación y adecuación a las nuevas condiciones

buscan métodos y medios que faciliten el trabajo para la aplicación más racional de los contenidos de esta asignatura.

Precisamente, en este trabajo se aborda el tratamiento de los triángulos, sus elementos y propiedades mediante la utilización del asistente Geómetra, aplicable a varios niveles de enseñanza de manera que se sistematicen conceptos, propiedades y relaciones fundamentales que se manifiestan en esta figura plana y que constituye la base para el posterior estudio de la geometría escolar.

### **1.- El software educativo en la enseñanza de la matemática en la escuela cubana**

Una tarea importante de los educadores en estos años ha sido aplicar programas y software en los diferentes niveles de enseñanza, generalmente el trabajo en la escuela se ha concebido de forma aislada. Una concepción del tratamiento de un complejo de materias que pueda ser abordado utilizando las TIC y que facilite el quehacer de alumnos y profesores de los diferentes niveles es la idea que se expone en esta monografía.

Las tres áreas de la Matemática están estrechamente relacionadas, sin embargo no se tratan en el trabajo contenidos específicos de aritmética y álgebra porque se dedica especial atención al estudio de contenidos geométricos, que son por muchas razones, los que presentan más dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Para el tratamiento de la Geometría el profesor y los alumnos disponen de diferentes programas y software, por ejemplo:

En la educación media básica

- Colección “El Navegante”, Software “Elementos Matemáticos”, Asistente “Geómetra”.

En la educación media superior

- Colección “Futuro”, Software “Eureka”, Asistentes Derive y Geómetra.

Existen otros asistentes que se pueden emplear como por ejemplo:

Cabri Geometry II y Geogebra (en alguna de sus versiones).

El asistente Geómetra se encuentra instalado en las computadoras de los centros docentes, específicamente en secundaria y pre-universitario, así como en la UCP "Félix Varela Morales" y ofrece muchas posibilidades para el desarrollo de habilidades en el trabajo con los contenidos geométricos.

En el trabajo en clases se debe favorecer el trabajo con el esbozo de figuras planas. La utilización del asistente Geómetra permite la sistematización, en particular, de la habilidad *dibujar*, seriamente afectada en el proceso de enseñanza-aprendizaje en los diferentes niveles educativos y se proponen tareas docentes dirigidas al desarrollo de la habilidad *construir*. Los alumnos y profesores pueden redescubrir de forma amena proposiciones importantes sobre los triángulos y sus propiedades. Estas ideas han sido tratadas por diferentes autores, entre otros los que profundizan en la Geometría dinámica.

En el proceso de enseñanza - aprendizaje de la geometría, la obtención de los conocimientos fomenta el desarrollo del *razonamiento inductivo*, mediante el cual los procesos de modelación, manipulación y análisis de los casos particulares y concretos, dando paso a la formulación de hipótesis, las que posteriormente requieren ser demostradas formalmente. Este proceso de construcción empírica e inductiva ha sido históricamente uno de los pilares centrales en la construcción del conocimiento geométrico (Rodríguez, León & Lima, 2010)

## **2.- El asistente Geómetra, herramientas para su uso**

El asistente Geómetra (The Geometers's Sketchpad) fue producido por una empresa norteamericana, su diseño fue concebido principalmente para servir de herramienta de enseñanza aprendizaje; en 1993 se comenzó a distribuir la versión para Windows de este auxiliar.

El programa se concibió para el uso en las clases de Geometría de la secundaria básica, no obstante es susceptible de ser aplicado desde el nivel primario hasta grados superiores, incluyendo la universidad. El Geómetra es también utilizado por diseñadores y dibujantes técnicos por su alto potencial para el trazado de construcciones geométricas. Con la utilización de este programa se pueden construir

puntos, segmentos, rectas, ángulos, círculos, además de rectas paralelas, rectas perpendiculares, el punto medio de un segmento, etc. El dibujo en cada caso es rápido, exacto y confiable.

El uso de asistentes matemáticos en clases resulta enriquecedor para la experiencia de los alumnos ya que se traduce en un mejor entendimiento de los conceptos y mayor desarrollo de habilidades, de manera que al buscar el conocimiento queden huellas en él. Por otra parte para el profesor el uso de la computación presupone cambios metodológicos, que van más allá del objetivo pues incluyen contenidos, métodos, medios y la forma en que se va a evaluar.

La utilización del auxiliar en las clases de Matemática puede favorecer la motivación y presenta un buen entorno gráfico en dos dimensiones, no obstante las ventajas, se pueden mencionar como inconvenientes que:

- Se debe ser cuidadoso en su manipulación.
- El trabajo con estos materiales resulta engorroso.
- Presenta dificultades para el trabajo en tres dimensiones.

A los anteriores podemos añadir que la versión que está a disposición en la mayoría de casos aparece en inglés y la ayuda que recoge el menú principal no es de fácil lectura para algunos usuarios.

La familiarización con el asistente Geómetra debe lograrse a partir de la motivación e implicación, primero de los profesores y luego de los alumnos. En entrevista realizada a 5 profesores de Matemática de la Facultad de Ciencias de la UCP "Félix Varela Morales" y 10 profesores del nivel medio básico y medio superior que imparten la asignatura (Anexo # 1), se comprobó que se tiene conocimiento de la existencia de dicho asistente pero se desconoce la forma de utilizarlo. Al declarar métodos y medios solo refieren el uso de instrumentos de dibujo para el estudio de los contenidos geométricos.

El acceso al asistente es sencillo y solo requiere de una actividad en el laboratorio para la identificación de las herramientas de trabajo y su aplicación a la solución de las diferentes tareas, estas aparecen en una barra vertical que comienza por:



Para la selección de los elementos

Para seleccionar más de un elemento Shif +



De forma similar se incluyen opciones para representar puntos, para construir circunferencias y segmentos, semirrectas y rectas, así como para denotar elementos y brindar información sobre elementos seleccionados.

El asistente presenta un menú principal (barra horizontal) que ofrece una serie de opciones que pueden ser trabajadas, previa selección de objetos; según se conciben las diferentes tareas docentes.

### **3.- Los triángulos, sus elementos y propiedades mediante la utilización del asistente.**

Se seleccionan para su estudio los triángulos, sus elementos y propiedades porque este es un contenido que es base fundamental para la solución de ejercicios y problemas de la matemática escolar, si bien existen trabajos relacionados con esta temática difieren de este en la concepción de las tareas docentes, que en este caso se basan en la aplicación del asistente Geómetra.

Se proponen tareas docentes que facilitan el estudio de los triángulos y se muestra el camino a seguir utilizando el auxiliar Geómetra, de manera que se elimine la barrera que impide la aplicación, por parte del profesor y los alumnos, de un magnífico asistente que está a disposición de todos ( Martín, 2004) .

Se ejemplifica a continuación la tarea docente desde la Matemática y el camino a seguir utilizando el auxiliar Geómetra. En caso de no dar información sobre la tarea docente es porque la misma va dirigida a la sistematización de procedimientos.

La utilización de software y asistentes constituyen lineamientos de trabajo para los diferentes niveles de educación; por ejemplo en la media básica, las actividades fundamentales deben estar dirigidas a los procesos de *obtención de nuevas relaciones*,

por lo que el mayor número de actividades que se diseñen debe tener la intención de obtener una *conjetura geométrica*. En las tareas que se presentan en este trabajo se intenciona el redescubrimiento de algunas propiedades que los alumnos ya conocen.

### Tareas docentes

1- Construye un triángulo cualquiera. .

#### Según el Geómetra

Represente tres puntos.

Selección múltiple. ¡Cuidado! Al seleccionar no puede arrastrar porque varían las dimensiones de la figura.

Opción Construir / Segmentos.

2- Construye un triángulo ABC.

#### Según el Geómetra

Repetir procedimiento anterior.

Denota sus vértices y lados.

Seleccione vértices y denótalos.

3- Construye un triángulo ABC que tenga las dimensiones siguientes:

a)  $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$ ;  $\overline{BC} = 5,5 \text{ cm}$  y  $\overline{AC} = 3 \text{ cm}$  .

b)  $\overline{AB} = 20 \text{ mm}$ ; b)  $\overline{AB} = 20 \text{ mm}$  y  $\overline{AC} = 60 \text{ mm}$

#### Según el Geómetra

Seleccione los segmentos.

Opción Medir / Distancia

Repetir procedimiento anterior.

En caso de ser posible la construcción, ¿cuántos triángulos se pueden construir que cumplan las condiciones dadas? Enuncie la propiedad que lo garantiza.

4- Clasifica el triángulo según:

- La longitud de sus lados
- La amplitud de sus ángulos.

#### Según el Geómetra

Seleccione ángulos (tres puntos).

Opción medir / Ángulos

5- Investiga cómo construir triángulos dadas las longitudes de los lados si se emplean los instrumentos de dibujo y establece un procedimiento que permita resolver esos problemas geométricos de construcción con el uso del asistente Geómetra.

6- Calcula la suma de los ángulos interiores del triángulo ABC.

#### Según el Geómetra

Opción medir/ Calcular

7- Repetir el procedimiento para otro triángulo.

#### Según el Geómetra

Selección y arrastre para variar dimensiones de los triángulos

Concluye sobre la suma de los ángulos interiores del triángulo.

8- Prolonga los lados del triángulo dibujado en la tarea anterior. Denota un ángulo exterior.

#### Según el Geómetra

Selecciona dos puntos de un lado.

Opción construir recta.

9- Calcula la suma de los ángulos interiores no adyacentes a él.

Concluye sobre las relaciones entre la amplitud del ángulo exterior y los ángulos interiores no adyacentes a él.

10- Construye las mediatrices de los lados del triángulo ABC.

Según el Geómetra

Selecciona segmento

Opción construir/ Punto medio

Selecione segmento y punto medio

Opción construir/ recta perpendicular

Repita el procedimiento

11- Construye el punto donde se cortan las mediatrices del triángulo. Denota el punto de intersección de las mediatrices del triángulo y solicita información sobre el mismo.

Según el Geómetra

Selecciona rectas

Opción construir punto de intersección

Selecione punto / denota el punto.

12- Verifique el cumplimiento de la siguiente proposición:

“Si un punto C está situado en la mediatriz de un segmento  $\overline{AB}$ , entonces los segmentos  $\overline{AC}$  y  $\overline{BC}$  son iguales”

Según el Geómetra

Ubicar punto C en la mediatriz

Construir segmentos  $\overline{AC}$  y  $\overline{BC}$

Selección de segmentos  $\overline{AC}$  y  $\overline{BC}$

Opción medir/ Distancia

Ubicar varios puntos en mediatriz y repetir el procedimiento

Ubicar un punto fuera de la mediatriz

Ubicar un punto fuera de la mediatriz y medir distancia a extremos del segmento.

Investigue cómo se demuestra esta importante propiedad de la mediatriz de un segmento.

Puede consultar el Libro de texto de Matemática, 7mo grado (MINED, 1991); también puede buscar información en (Estrada, 2010).

A continuación se presentan otras tareas que permiten el desarrollo de habilidades con este asistente y la sistematización de los contenidos sobre esta temática.

Un triángulo rectángulo se puede dibujar a partir de las habilidades desarrolladas en el trabajo con el asistente, existen otras posibilidades para construirlo.

- Construye un triángulo rectángulo. Construye la circunferencia inscrita al triángulo.
- Construye la circunferencia inscrita al triángulo.
- Repita el procedimiento para un triángulo
  - a) acutángulo
  - b) obtusángulo.
- Concluye sobre la posición del incentro de un triángulo en cada caso.
- Construye un triángulo isósceles. Construye su mediatriz.
- De un triángulo isósceles, construye las rectas notables relativas a la base. Enuncie la propiedad ilustrada en esta tarea docente. Investiga el comportamiento de esta propiedad dado el caso que el triángulo sea equilátero.
- Construye un triángulo y calcula
  - a) su área
  - b) su perímetro.
- Dado un triángulo construye rectas paralelas a los dos lados de menor longitud y que pasen por el vértice opuesto a dicho lado.

- Construye el polígono determinado por los vértices del triángulo y por el punto de intersección de las rectas construidas. Determine el área del polígono. ¿Qué relación guardan las áreas del triángulo inicial y el polígono construido a partir de él?
- Construye un triángulo rectángulo y róvalo alrededor
  - a) de un cateto
  - b) de la hipotenusa.

¿Qué cuerpo geométrico se engendró?

Un estudio similar al realizado para el caso del triángulo, sus elementos y propiedades fundamentales es posible realizarlo para otros complejos de materia, por ejemplo para los cuadriláteros, los polígonos en sentido amplio y en particular para los polígonos regulares. Otra sistematización interesante resultaría el trabajo con la circunferencia y el círculo.

## CONCLUSIONES

La utilización de programas y software que están instalados en las computadoras de los centros de estudio favorecen un mayor acercamiento de estudiantes y profesores a estos medios.

En el desarrollo de habilidades geométricas se destacan: estimar, construir, calcular áreas y perímetros de figuras planas, obtener proposiciones.

El empleo de estas tareas docentes utilizando el auxiliar Geómetra es posible desde los diferentes niveles de educación, solo depende de una correcta selección de las tareas y la adecuación según las características del grupo.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ballester, S. et.al. (1992). *Metodología de la enseñanza de la Matemática. Tomo I.* Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Estrada Doello, M & Sánchez Santiesteban, J. (2010) *Geometría plana.* La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Martín Campillo, N. (2004) *Propuesta de una estrategia didáctica que facilite el trabajo con los cuerpos geométricos y sus magnitudes a través de un sistema de tareas docentes*. Tesis de Maestría. Santa Clara

MINED (1991). *Libro de texto de Matemática Séptimo grado*. Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Rodríguez Aruca, M., León Roldán, T. & Lima Montenegro, S. (2010). *Geometría y dinamismo una propuesta didáctica*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.

Anexo # 1

Entrevista a profesores

Objetivo: Comprobar aspectos relacionados con la preferencia y disposición por la utilización de las TI, especialmente de software y asistentes en el proceso de enseñanza de la Matemática en la escuela.

Aspectos fundamentales para la discusión grupal.

- Preferencia por las áreas de la Matemática.
- Potencialidades de la geometría para motivar a los alumnos por el estudio de los contenidos matemáticos.
- Métodos y medios de trabajo empleados en el tratamiento de los contenidos geométricos. Ejemplifique.
- Aceptación de la enseñanza de la geometría por parte de los alumnos.