

Título: Utilización de las potencialidades del método de Denavit Hartenberg en el perfeccionamiento de la Disciplina Mecánica Técnica.

**Autores: Ing. Enrique Chaviano González.
Ing. Roberto Cruz Duarte.**

Como es conocido el proceso docente - educativo requiere de un constante perfeccionamiento para elevar el nivel científico - técnico y metodológico de los egresados. Teniendo en cuenta la importancia de este aspecto y las características de la Disciplina Mecánica Técnica que se imparte en la Carrera de Mecánica en el Instituto Superior Pedagógico "Félix Varela" de Villa Clara, se desarrollan diversas acciones en este sentido.

Entre estas acciones se encuentra la utilización de las potencialidades del método para el análisis cinemática de mecanismos de robots y manipuladores industriales, que permite tratar satisfactoriamente diversos conceptos y definiciones de la Mecánica Técnica.

Para el tratamiento de lo expuesto se utilizaron varios enfoques, entre los que se destaca el planteado por Denavit Hartenberg en 1955. Este, en algunas coincidencias con lo planteado en 1952 por especialistas rusos, tiene sus particularidades y es muy utilizado actualmente.

A partir de su aplicación a un mecanismo con tres grados de libertad desarrollamos el análisis cinemática, cuya adecuada utilización permite obtener resultados favorables.

El estudio de los mecanismos y máquinas ha demostrado la importancia del análisis estructural y cinemática en cualquier mecanismo, especialmente la cinemática es vital en el estudio de los mecanismos y toma un carácter particular e interesante en las estructuras de robots y manipuladores industriales.

En este caso la cinemática se ocupa de definir la posición y orientación de los elementos de la estructura respecto a un sistema de coordenadas. Mediante la misma se resuelven los dos problemas característicos en el estudio de estructuras típicas, que son:

- 1.- Problema cinemática directo.
- 2.- Problema cinemática inverso.

La solución de ambos problemas puede lograrse aplicando las reglas de trigonometría para esquemas de poca complejidad ó por el cálculo matricial, donde se destaca, entre otros, el método desarrollado por Denavit Hartenberg. Este será aplicado en el análisis de una estructura espacial de 3 movimientos.

Para el análisis se requiere el conocimiento de la estructura, destacándose el carácter de los pares cinemáticos (uniones), número y tipos de elementos.

En este caso se estudia un manipulador de tres movimientos (R,T,T), donde:

R- par de rotación.

T- par de traslación.

A continuación se presenta la estructura del mecanismo (figura 1):

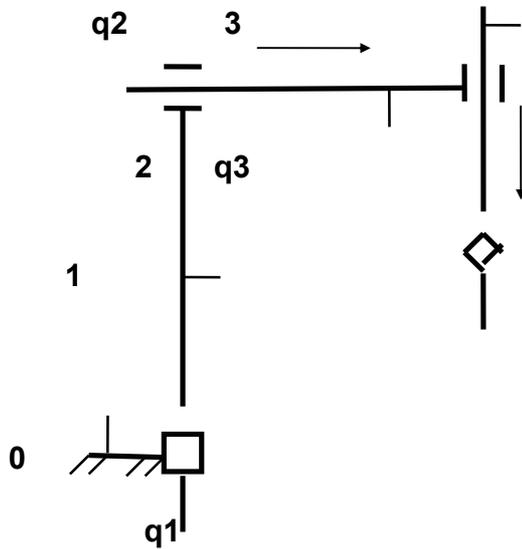


Figura 1.

donde:

q_1 ; q_2 y q_3 representan las coordenadas generalizadas (magnitud de los movimientos)

Análisis cinemática del mecanismo:

Con los elementos planteados se pueden desarrollar las tareas siguientes:

Tarea directa: Resuelve la posición y orientación conociendo las magnitudes del movimiento (coordenadas generalizadas de articulación).

Tarea inversa: Determina la magnitud de los parámetros característicos de los grados de libertad (coordenadas generalizadas) conociendo la posición y orientación.

Para este caso se deben establecer los sistemas de referencia correspondiente (figura 2):

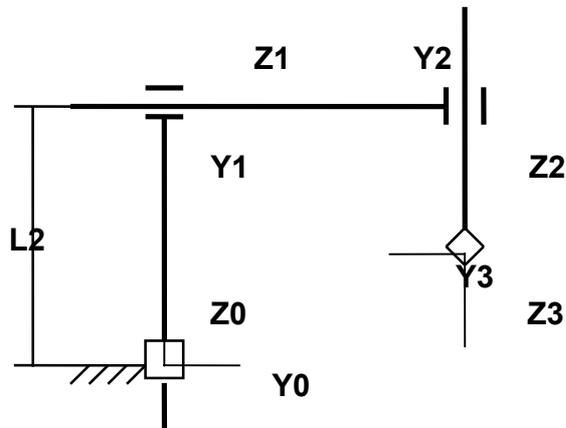


Figura 2.

Partiendo de la matriz principal definida por el método se tiene:

$$A_i = \begin{pmatrix} \cos\varnothing_i & -\text{sen}\varnothing_i \cos\alpha_i & \text{sen}\varnothing_i \text{sen}\alpha_i & a_i \cos\varnothing_i \\ \text{sen}\varnothing_i & \cos\varnothing_i \cos\alpha_i & -\cos\varnothing_i \text{sen}\alpha_i & a_i \text{sen}\varnothing_i \\ 0 & \text{sen}\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Se pueden definir los parámetros de trabajo en la tabla 1:

Articulación	\varnothing_i	α_i	d_i	a_i
1	q_1	-90°	L_2	0
2	0	-90°	q_2	0
3	0	0	q_3	0

Tabla 1: Parámetros de trabajo.

Evaluando la matriz $A_i(1)$ se obtienen las matrices:

$$A1 = \begin{vmatrix} \cos q1 & 0 & -\text{sen} q1 & 0 \\ \text{sen} q1 & 0 & \cos q1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & L2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (2)$$

$$A2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & q2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (3)$$

$$A3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (4)$$

Entonces se puede obtener la matriz de transformación de coordenadas T:

$$T = A1 \cdot A2 \cdot A3 = \begin{vmatrix} \cos q1 & \text{sen} q1 & 0 & -q2 \text{sen} q1 \\ \text{sen} q1 & -\cos q1 & 0 & q2 \cos q1 \\ 0 & 0 & -1 & q2 \cos q1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (5)$$

De la matriz T(5) se puede obtener:

$$X = -q2 \text{sen} q1 \quad (6)$$

$$Y = q2 \cos q1 \quad (7)$$

$$Z = L2 - q3 \quad (8)$$

De forma similar se obtiene:

$$q_1 = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{x}{y} \right) \quad (9)$$

$$q_2 = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (10)$$

$$q_3 = L_2 - Z \quad (11)$$

Este resultado ofrece la solución a la problemática planteada utilizando el método de Denavit Hartenberg para el análisis de la posición y la orientación del órgano terminal de una estructura articulada con tres grados de libertad. Se obtiene la matriz de transformación de coordenadas que permite solucionar las tareas directa e inversa con resultados que corresponden al esquema y sistema de referencia definidos. Se destaca la generalidad del método para cualquier mecanismo con pares de un movimiento

Otro aspecto importante es la posibilidad de dar tratamiento a varios conceptos de la Disciplina como: elementos (móviles e inmóviles), pares cinemáticos (clasificación, representación, etc.), grado de libertad, mecanismo, posición y orientación de un cuerpo en el espacio, formas de transmitir el movimiento (transmisiones), cinemática, etc.

Estos elementos se integran armónicamente para el posterior análisis dinámico y control de los movimientos mediante computadoras, que también resulta objeto de discusión.

En todo el trabajo se destaca la posibilidad de demostrar la utilización de varios conceptos del álgebra como herramienta fundamental para obtener los resultados esperados, lo que fortalece la importancia del conocimiento de la matemática para diversos aspectos de la vida del hombre, a la vez que permite el vínculo con los adelantos de la ciencia y la técnica en una rama como la Robótica que actualmente es una realidad, que se pone de manifiesto incluso en la conquista del cosmos.

En general la aplicación del método contribuye a la motivación profesional, el interés por el desarrollo científico-técnico y formación integral de las nuevas generaciones.

Bibliografía:

1. ÁNGULO USATEGUI, J.M.: Robótica Práctica. Editorial REDE, Madrid, 1985.
2. BARANOV, A: Teoría de Mecanismos y Máquinas. Editorial MIR, Moscú, 1975.
3. PIERRE LÓPEZ Y JEAN NEUMAN: Introducción a la Robótica I. Edición revolucionaria. Habana, 1989.

Simbología:

\varnothing - ángulo de giro en Z.

α - ángulo de giro en X.